

Curs 4

Aplicații ale programării liniare în marketing și finanțe

Modelarea și analiza datelor pentru decizii de management

Conf.dr.ing. Lăcrimioara GRAMA

Anul 2 master · Tehnologii, Sisteme și Aplicații pentru eActivități

Facultatea de Electronică, Telecomunicații și Tehnologia Informației
Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca

Suport curs MADDM · Lăcrimioara Grama · [CC BY-NC-SA 4.0](#)



Cursul precedent

Programarea liniară: analiza de senzitivitate și interpretarea soluției optime

- ✓ Analiza de senzitivitate prin metoda grafică
- ✓ Coeficienții funcției obiectiv
- ✓ Plaja de optimalitate
- ✓ Valorile din membrul drept al constrângerilor
- ✓ Valoarea duală/ prețul umbră
- ✓ Costuri relevante și costuri nerecuperabile
- ✓ Limitări ale analizei de senzitivitate clasice
 - ✓ Modificări simultane
 - ✓ Modificări ale coeficienților tehnologici ai constrângerilor
 - ✓ Valori duale cu interpretare mai puțin intuitivă



La finalul acestui curs, studenții vor putea să:

- explice modul în care programarea liniară poate sprijini deciziile de marketing și finanțe
- formuleze modele LP pentru probleme de selecție media și cercetare de piață
- interpreteze soluția optimă și raportul de sensibilitate pentru aplicații de marketing
- formuleze modele LP pentru selecția portofoliului și planificarea financiară
- interpreteze rezultatele unui model financiar în termeni de rentabilitate, risc, fonduri disponibile și obligații viitoare
- identifice limitele formulărilor LP simple în aplicații reale de marketing și finanțe

Obiectivele cursului



Cuprins

Aplicații de marketing

- Selecția media
- Cercetarea pieței

Aplicații financiare

- Selecția portofoliului
- Planificarea financiară

Rezumat

Aplicații de marketing ale programării liniare

Marketing

Știința și arta de a identifica, înțelege și satisface nevoile clienților

Marketingul este un proces social și managerial prin care indivizii și grupurile obțin ceea ce au nevoie și își doresc prin crearea, oferirea și schimbul de produse și servicii care au valoare
(adaptat după Philip Kotler)

- Aplicații ale programării liniare în marketing
 - Selecția media
 - Cercetarea pieței



Selecția media

Programarea liniară ajută managerii să aloce eficient un buget fix de publicitate între diferite canale media



Obiectiv

Maximizarea impactului campaniei

- audiență / acoperire
- frecvența expunerii
- calitatea expunerii

Constrângeri

- bugetul disponibil
- politica firmei privind mixul media
- cerințe contractuale
- disponibilitatea canalelor media



Selecția media (cont.)

Ex: Compania X urmează să promoveze un cartier rezidențial construit pe malul unui lac. Locuințele se adresează familiilor cu venit peste medie, care locuiesc în regiunea respectivă. Compania a angajat firma Z pentru proiectarea campaniei publicitare și a alocat un buget de **150,000 lei** pentru prima lună.

În urma analizei pieței și a canalelor media disponibile, firma Z recomandă utilizarea a cinci medii publicitare în prima lună. La finalul lunii, strategia va fi reevaluată pe baza rezultatelor obținute.

Pentru fiecare mediu publicitar sunt cunoscute: numărul estimat de potențiali cumpărători atinși de o apariție, costul unei apariții, numărul maxim de apariții disponibile în prima lună și scorul de expunere asociat.

Compania X impune următoarele condiții: trebuie utilizate cel puțin **10 apariții TV**; campania trebuie să ajungă la cel puțin **50,000 de potențiali cumpărători**; cheltuielile pentru publicitatea TV nu pot depăși **90,000 lei**.

Mediu publicitar	Potențiali cumpărători	Cost / apariție	Număr maxim de apariții / lună	Scor de expunere / apariție
TV/ ziua/ 1 min	1000	7500	15	65
TV/ seara/ 30 sec	2000	15,000	10	90
Ziar/ 1 pag	1500	2000	25	40
Revistă săpt./ ½ pag color	2500	5000	4	60
Radio/ știri ora 16 ⁰⁰ / 30 sec	300	500	30	20

Ce plan de campanie publicitară ar trebui să recomande firma Z, astfel încât impactul total al campaniei să fie maximizat?

Selecția media (cont.)

Compania [...] a alocat un buget de 150,000 lei pentru prima lună. [...] Compania X impune următoarele condiții: trebuie utilizate cel puțin 10 apariții TV; campania trebuie să ajungă la cel puțin 50,000 de potențiali cumpărători; cheltuielile pentru publicitatea TV nu pot depăși 90,000 lei.

Mediu publicitar	Potențiali cumpărători	Cost / apariție	Număr maxim de apariții / lună	Scor de expunere / apariție
TV/ ziua/ 1 min	1000	7500	15	65
TV/ seara/ 30 sec	2000	15,000	10	90
Ziar/ 1 pag	1500	2000	25	40
Revistă săpt./ ½ pag color	2500	5000	4	60
Radio/ știri ora 16 ⁰⁰ / 30 sec	300	500	30	20

Variabile de decizie

ZTV – de câte ori se folosește TV/zi

STV – de câte ori se folosește TV/seară

Z – de câte ori se folosește ziarul

RS – de câte ori se folosește revista săptămânală

R – de câte ori se folosește radioul

Funcția obiectiv (maximizarea scorului total de expunere)

Constrângeri ale modelului LP

C1-C5: _____ (constrângeri referitoare la numărul maxim de apariții/lună)

C6: _____ (constrângere referitoare la buget)

C7-C8: $\begin{cases} ZTV + STV \geq 10 \\ 7500ZTV + 15,000STV \leq 90,000 \end{cases}$ (constrângeri referitoare la TV)

C9: $1000ZTV + 2000STV + 1500Z + 2500RS + 300R \geq 50,000$ (constrângere referitoare la numărul potențialilor cumpărători)

Condiții de nenegativitate: $ZTV, STV, Z, RS, R \geq 0$

Selecția media (cont.)

➤ Modelul matematic

Max	$65ZTV$	$+90STV$	$+40Z$	$+60RS$	$+20R$		(funcția obiectiv)
s. t.	ZTV					≤ 15	(apariții / lună)
		STV				≤ 10	
			Z			≤ 25	
				RS		≤ 4	
					R	≤ 30	
	$7500ZTV$	$+15,000STV$	$+2000Z$	$+5000RS$	$+500R$	$\leq 150,000$	(buget)
	ZTV	$+STV$				≥ 10	(TV)
	$7500ZTV$	$+15,000STV$				$\leq 90,000$	
	$1000ZTV$	$+2000STV$	$+1500Z$	$+2500RS$	$+300R$	$\geq 50,000$	(potențiali cumpărători)
	$ZTV,$	$STV,$	$Z,$	$RS,$	R	≥ 0	(nenegativitate)

Idee-cheie: în modelul LP clasic, variabilele de decizie sunt tratate ca variabile continue; în practică, deoarece reprezintă număr de apariții, poate fi necesar un model LP cu variabile întregi

Selecția media (cont.)

Interpretare: soluția optimă utilizează integral bugetul disponibil și depășește cerința minimă de audiență, fără a depăși limitele impuse pentru canalele media

➤ Soluția optimă presupune următoarea alocare a aparițiilor publicitare:

- TV pe timp de zi (10)
- Ziar (25)
- Revistă săptămânală (2)
- Radio (30)

Scorul total maxim de expunere este **2370**

Bugetul disponibil este utilizat integral: **150,000 lei**



Microsoft Excel – answer report

Objective Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$B\$21	Maximizare timp publicitate ZTV	0	2370

Variable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer
\$B\$19	ZTV	0	10	Contin
\$C\$19	STV	0	0	Contin
\$D\$19	Z	0	25	Contin
\$E\$19	RS	0	2	Contin
\$F\$19	R	0	30	Contin

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$B\$24	Timp maxim disponibil/luna - ZTV LHS	10	\$B\$24<=\$D\$24	Not Binding	5
\$B\$25	Timp maxim disponibil/luna - STV LHS	0	\$B\$25<=\$D\$25	Not Binding	10
\$B\$26	Timp maxim disponibil/luna - Z LHS	25	\$B\$26<=\$D\$26	Binding	0
\$B\$27	Timp maxim disponibil/luna - RS LHS	2	\$B\$27<=\$D\$27	Not Binding	2
\$B\$28	Timp maxim disponibil/luna - R LHS	30	\$B\$28<=\$D\$28	Binding	0
\$B\$29	Buget maxim LHS	150000	\$B\$29<=\$D\$29	Binding	0
\$B\$30	Minim posturi TV LHS	10	\$B\$30>=\$D\$30	Binding	0
\$B\$31	Maxim cost/TV LHS	75000	\$B\$31<=\$D\$31	Not Binding	15000
\$B\$32	Minim potentiali cumparatori LHS	61500	\$B\$32>=\$D\$32	Not Binding	11500

Audiența estimată este de **61,500 potențiali cumpărători**

	Variabile de decizie				
	ZTV	STV	Z	RS	R
	10	0	25	2	30
Maximizare timp publicitate	2370				
Constrangeri	LHS		RHS		
Timp maxim disponibil/luna - ZTV	10	<=	15		
Timp maxim disponibil/luna - STV	0	<=	10		
Timp maxim disponibil/luna - Z	25	<=	25		
Timp maxim disponibil/luna - RS	2	<=	4		
Timp maxim disponibil/luna - R	30	<=	30		
Buget maxim	150000	<=	150000		
Minim posturi TV	10	>=	10		
Maxim cost/TV	75000	<=	90000		
Minim potentiali cumparatori	61500	>=	50000		

Selecția media (cont.)

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$19	ZTV	10	0	65	25	65
\$C\$19	STV	0	-65	90	65	1E+30
\$D\$19	Z	25	0	40	1E+30	16
\$E\$19	RS	2	0	60	40	16.66666667
\$F\$19	R	30	0	20	1E+30	14

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$24	Timp maxim disponibil/luna - ZTV LHS	10	0	15	1E+30	5
\$B\$25	Timp maxim disponibil/luna - STV LHS	0	0	10	1E+30	10
\$B\$26	Timp maxim disponibil/luna - Z LHS	25	16	25	5	5
\$B\$27	Timp maxim disponibil/luna - RS LHS	2	0	4	1E+30	2
\$B\$28	Timp maxim disponibil/luna - R LHS	30	14	30	20	20
\$B\$29	Buget maxim LHS	150000	0.012	150000	10000	10000
\$B\$30	Minim posturi TV LHS	10	-25	10	1.333333333	1.333333333
\$B\$31	Maxim cost/TV LHS	75000	0	90000	1E+30	15000
\$B\$32	Minim potentiali cumparatori LHS	61500	0	50000	11500	1E+30

Microsoft Excel – raport de senzitivitate

Valoarea **-65** din coloana *costuri reduse* pentru **TV seară** indică faptul că scorul de expunere al unei apariții TV seara ar trebui să crească cu cel puțin **65 de unități**, de la **90** la **155**, pentru ca acest tip de publicitate să poată deveni atractiv în soluția optimă

Prețul umbră pentru constrângerea de buget este **0.012**
În intervalul admisibil, o creștere a bugetului cu **1 leu** crește scorul total de expunere cu **0.012 unități**

Prețul umbră de **-25** pentru constrângerea privind numărul minim de apariții TV indică faptul că, dacă cerința minimă crește cu **1 apariție TV**, scorul total de expunere scade cu **25 de unități**
Invers, dacă cerința minimă este relaxată cu **1 apariție TV**, scorul total de expunere crește cu **25 de unități**
⇒ Compania X ar putea analiza dacă cerința de cel puțin **10 apariții TV** este justificată managerial

Selecția media: limitări ale funcției obiectiv

- O posibilă limitare a modelului este faptul că maximizarea scorului total de expunere nu garantează automat maximizarea profitului sau a vânzărilor
- Aceasta nu este o deficiență a programării liniare, ci o limitare a formulării funcției obiectiv a modelului
- Dacă impactul fiecărui tip de reclamă asupra profitului ar putea fi estimat direct, atunci profitul total estimat ar putea fi folosit ca funcție obiectiv de maximizat



Observații

Modelul prezentat utilizează **scorul total de expunere** ca funcție obiectiv

Scorul de expunere poate include estimări cantitative, dar și evaluări manageriale privind calitatea expunerii

Alternativ, modelul ar putea maximiza **audiența estimată**, impunând o cerință minimă pentru scorul total de expunere

Cercetarea pieței

Cercetările de marketing se desfășoară pentru a evalua:

- situația de pe diferite segmente ale pieței
- preferințele consumatorilor
- principalii concurenți
- tendințele noi ale pieței

În faza de proiectare a studiului se stabilesc obiectivele cercetării, eșantionul și profilul respondenților care urmează să fie chestionați

Obiectiv

Firma care realizează cercetarea urmărește proiectarea și desfășurarea sondajului astfel încât să răspundă cerințelor clientului, la un cost minim



Cercetarea pieței include:

- proiectarea studiului
- realizarea sondajelor
- analiza datelor colectate
- formularea recomandărilor pentru client



Cercetarea pieței (cont.)

Ex: Firma X este specializată în evaluarea reacției consumatorilor la produse, servicii și campanii publicitare noi. Un client a solicitat sprijinul firmei X pentru a evalua reacția consumatorilor la un produs casnic lansat recent pe piață. În urma întâlnirilor cu clientul, firma X a convenit să realizeze interviuri personale, din ușa în ușa, atât cu familii cu copii, cât și cu familii fără copii. Interviurile pot fi realizate atât în timpul zilei, cât și seara.

Clientul a solicitat realizarea a **1000 de interviuri**, respectând următoarele cerințe de eșantionare:

- 1) cel puțin **400 de familii cu copii** trebuie interviuate
- 2) cel puțin **400 de familii fără copii** trebuie interviuate
- 3) numărul total de interviuri realizate seara trebuie să fie cel puțin egal cu numărul total de interviuri realizate în timpul zilei
- 4) cel puțin **40%** dintre interviurile cu familii cu copii trebuie realizate seara
- 5) cel puțin **60%** dintre interviurile cu familii fără copii trebuie realizate seara



Costul unui interviu depinde de tipul familiei și de momentul realizării interviului. Interviurile cu familii cu copii necesită, în general, mai mult timp, iar interviuatorii care lucrează seara sunt plătiți mai mult decât cei care lucrează în timpul zilei. Pe baza unor studii anterioare, firma X estimează următoarele costuri pe interviu:

Familie	Cost / interviu [lei]	
	Ziua	Seara
Cu copii	100	125
Fără copii	90	100

Cercetarea pieței (cont.)

Familie	Cost / interviu [lei]	
	Ziua	Seara
Cu copii	100	125
Fară copii	90	100

Variable de decizie

ZC – număr interviuri ziua, familii cu copii

SC – număr interviuri seara, familii cu copii

ZFC – număr interviuri ziua, familii fără copii

SFC – număr interviuri seara, familii fără copii

Funcția obiectiv (minimizarea costului total)

Clientul a solicitat realizarea a 1000 de interviuri, respectând următoarele cerințe de eșantionare:

- 1) cel puțin **400 de familii cu copii** trebuie interviuate
- 2) cel puțin **400 de familii fără copii** trebuie interviuate
- 3) numărul total de **interviuri realizate seara** trebuie să fie **cel puțin egal** cu numărul total de **interviuri realizate în timpul zilei**
- 4) cel puțin **40%** dintre interviurile cu familii cu copii trebuie realizate seara
- 5) cel puțin **60%** dintre interviurile cu familii fără copii trebuie realizate seara

Constrângerile modelului LP

C1: $ZC + SC + ZFC + SFC = 1000$
(trebuie realizate 1000 de interviuri)

C2: $ZC + SC \geq 400$ (interviuri cu familii cu copii)

C3: _____ (interviuri cu familii fără copii)

C4: _____ (interviuri seara $\leq$ interviuri ziua)

Constrângerile modelului LP

C5: $SC \geq 0.4(ZC + SC) \Rightarrow -0.4ZC + 0.6SC \geq 0$
(interviuri cu familii cu copii, seara)

C6: _____ (interviuri cu familii fără copii, seara)

Constrângeri de nenegativitate: $ZC, SC, ZFC, SFC \geq 0$

Cercetarea pieței (cont.)

➤ Modelul matematic

Min	$100ZC$	$+125SC$	$+90ZFC$	$+100SFC$		(funcția obiectiv)
s. t.	ZC	$+SC$	$+ZFC$	$+SFC$	$= 1000$	(interviuri)
	ZC	$+SC$			≥ 400	(familii cu copii)
			ZFC	$+SFC$	≥ 400	(familii fără copii)
	$-ZC$	$+SC$	$-ZFC$	$+SFC$	≥ 0	(interviuri seara)
	$-0.4ZC$	$+0.6SC$			≥ 0	(seara, fam. cu copii)
			$-0.6ZFC$	$+0.4SFC$	≥ 0	(seara, fam. fără copii)
	$ZC,$	$SC,$	$ZFC,$	SFC	≥ 0	(nenegativitate)



Cercetarea pieței (cont.)

➤ Soluția optimă presupune următoarea repartizare a interviurilor:

- **240** interviuri ziua, familii cu copii
- **160** interviuri seara, familii cu copii
- **240** interviuri ziua, familii fără copii
- **360** interviuri seara, familii fără copii

❑ **În total:** 480 de interviuri ziua și 520 de interviuri seara

Familii	Număr interviuri		Total
	Ziua	Seara	
Cu copii	240	160	400
Fara copii	240	360	600
Total	480	520	1000

Minimizare cost total

101600

Constrangeri	LHS		RHS
Total interviuri	1000	=	1000
Familii cu copii	400	≥	400
Familii fara copii	600	≥	400
Interviuri seara	520	≥	480
Familii cu copii seara	160	≥	160
Familii fara copii seara	360	≥	360

Costul minim al programului de interviuri este de **101,600 lei**



Cercetarea pieței (cont.)

Microsoft Excel – raport de senzitivitate

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$18	Cu copii Ziua	240	0	100	25	23.33333333
\$C\$18	Cu copii Seara	160	0	125	1E+30	25
\$B\$19	Fara copii Ziua	240	0	90	10	1E+30
\$C\$19	Fara copii Seara	360	0	100	23.33333333	10

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$25	Total interviuri	1000	96	1000	1E+30	200
\$B\$26	Familii cu copii	400	14	0	100	400
\$B\$27	Familii fara copii	600	0	0	200	1E+30
\$B\$28	Interviuri seara	520	0	0	40	1E+30
\$B\$29	Familii cu copii seara	160	25	0	240	20
\$B\$30	Familii fara copii sear	360	10	0	240	20

Prețul umbră pentru constrângerea C1 – total interviuri este 96
În intervalul admisibil, dacă se solicită încă un interviu, **costul minim crește cu 96 lei**

Invers, dacă numărul de interviuri scade de la 1000 la 999, costul minim scade cu 96 lei

Prețul umbră de 25 pentru constrângerea C5 – interviuri seara, familii cu copii indică faptul că, dacă cerința minimă privind interviurile de seară pentru familiile cu copii devine mai strictă cu o unitate, **costul minim crește cu 25 lei**

Microsoft Excel – answer report

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$B\$25	Total interviuri LHS	1000	\$B\$25=\$D\$25	Binding	0
\$B\$26	Familii cu copii LHS	400	\$B\$26>=\$D\$26	Binding	0
\$B\$27	Familii fara copii LHS	600	\$B\$27>=\$D\$27	Not Binding	200
\$B\$28	Interviuri seara LHS	520	\$B\$28>=\$D\$28	Not Binding	40
\$B\$29	Familii cu copii seara LHS	160	\$B\$29>=\$D\$29	Binding	0
\$B\$30	Familii fara copii seara LHS	360	\$B\$30>=\$D\$30	Binding	0

Variabila de surplus de 200 pentru constrângerea C3 – familii fără copii arată că sunt interviuate cu 200 mai multe familii fără copii decât minimul cerut

Variabila de surplus de 40 pentru constrângerea C4 – interviuri seara arată că numărul interviurilor de seară depășește numărul interviurilor din timpul zilei cu 40

Marathon Oil Company operează patru rafinării în Statele Unite, aproximativ 50 de terminale de produse ușoare și deservește cererea de produse în peste 95 de locații

Divizia de aprovizionare și transport, pentru a reduce costurile, trebuie să decidă:

- care rafinărie aprovizionează fiecare terminal
- ce produse trebuie transportate
- ce mijloace de transport sunt utilizate: conducte, barje sau cisterne

Cerințele principale ale modelului sunt:

- cererea de produse trebuie satisfăcută
- capacitatea de aprovizionare a fiecărei rafinării nu trebuie depășită
- costul total al aprovizionării și distribuției trebuie minimizat

Modelul dezvoltat de Marathon Oil este un model LP la scară mare, care include vânzările către terminalele Marathon și către alte centre de distribuție

Date introduse în modelul LP

- prețuri de vânzare
- costuri/tarife de transport: conducte, barje, cisterne
- costuri ale contractelor de distribuție
- cererea de produse
- costuri de operare ale terminalelor
- costuri de rafinare
- costuri de achiziție

Obiectiv

Minimizarea costului total necesar pentru satisfacerea cererii, ținând cont de capacități, costuri, prețuri și alternative de transport/distribuție

Model de planificare de marketing la Marathon Oil Company¹

¹Robert W. Wernert at Marathon Oil Company, Findlay, Ohio

Acest model de planificare este utilizat pentru o varietate de probleme decizionale, de la evaluarea economică a amestecului de benzină până la analiza unui nou terminal sau a unei noi conducte

Cu vânzări zilnice de aproximativ 10 milioane de galoane de produs rafinat, chiar și o economie foarte mică, de ordinul unei fracțiuni de cent pe galon, poate genera economii semnificative pe termen lung

Într-un sistem complex, o decizie care pare avantajoasă local — de exemplu în rafinare sau transport — poate crește costul total atunci când sunt analizate toate efectele asupra întregului sistem

Modelul de planificare permite evaluarea simultană a acestor efecte și identificarea soluției cu cel mai mic cost total

Model de planificare de marketing la Marathon Oil Company¹

¹Robert W. Wernert at Marathon Oil Company, Findlay, Ohio

Cuprins

Aplicații de marketing

Aplicații financiare

- Selecția portofoliului
- Planificarea financiară

Rezumat

Aplicații financiare ale programării liniare

Programarea liniară poate fi utilizată în fundamentarea deciziilor financiare privind:

- Alocarea capitalului
- Decizii de producție sau achiziție
- Alocarea activelor
- **Selecția portofoliului**
- **Planificarea financiară**



Selecția portofoliului

Selecția portofoliului presupune alegerea unei combinații de investiții — de exemplu acțiuni, obligațiuni sau alte active — dintr-un set de alternative disponibile



Obiectiv

- maximizarea rentabilității estimate
- controlul sau minimizarea riscului

Constrângeri

- tipurile de investiții admise
- prevederile statutare sau reglementările aplicabile
- politica investițională a companiei
- bugetul disponibil
- riscul maxim admis



Selecția portofoliului (cont.)

Ex: Să considerăm cazul companiei de fonduri mutuale X, din Cluj, care dispune de **500,000 lei** obținuți din vânzarea unor acțiuni. Compania analizează oportunități de investire a acestei sume. Analistii financiari recomandă investiții în industria petrolieră, în industria oțelului și în obligațiuni de stat. Investițiile disponibile și rentabilitățile prognozate sunt prezentate în tabel.

Investiție	Rentabilitate prognozată [%]
Atlantic Oil	7.3
Pacific Oil	10.3
Midwest Steel	6.4
Huber Steel	7.5
Obligațiuni de stat	4.5

Compania impune următoarele restricții de investiții:

- Nu se vor investi mai mult de **250,000 lei** în niciuna dintre cele două industrii: petrolieră sau siderurgică
- Valoarea investiției în **obligațiuni de stat** trebuie să fie cel puțin 25% din valoarea totală investită în industria siderurgică
- Investiția în **Pacific Oil**, care are cea mai mare rentabilitate prognozată, dar presupune un risc mai ridicat, nu trebuie să depășească **60%** din valoarea totală investită în industria petrolieră

Compania urmărește maximizarea rentabilității estimate, respectând restricțiile de investiție impuse.

Selecția portofoliului (cont.)

Investiție	Rentabilitate prognozată [%]
Atlantic Oil	7.3
Pacific Oil	10.3
Midwest Steel	6.4
Huber Steel	7.5
Obligațiuni de stat	4.5

Compania impune următoarele restricții de investiții:

- Nu se vor investi mai mult de **250,000 lei** în niciuna dintre cele două industrii: petrolieră sau siderurgică
- Valoarea investiției în **obligațiuni de stat** trebuie să fie cel puțin 25% din valoarea totală investită în industria siderurgică
- Investiția în **Pacific Oil**, care are cea mai mare rentabilitate prognozată, dar presupune un risc mai ridicat, nu trebuie să depășească **60%** din valoarea totală investită în industria petrolieră

Variable de decizie

A – suma investită în Atlantic Oil

P – suma investită în Pacific Oil

M – suma investită în Midwest Steel

H – suma investită în Huber Steel

S – suma investită în obligațiuni de stat

Funcția obiectiv (maximizarea rentabilității estimate)

$$\text{Max } 0.073A + 0.103P + 0.064M + 0.075H + 0.045S$$

Constrângeri ale modelului LP

C1: $A + P + M + H + S = 500,000$ (fonduri disponibile pentru investiții)

C2-C3: _____ (investiții în industria petrolieră și siderurgică)

C4: _____ (investiții în obligațiuni de stat)

C5: _____ (investiții în Pacific Oil)

Selecția portofoliului (cont.)



- Soluția optimă recomandă alocarea fondurilor în patru dintre cele cinci alternative de investiții, fără investiție în Midwest Steel
- Randamentul estimat obținut este de **40,000** lei, rezultat din:
 - 7300 lei – Atlantic Oil ($7.3\% \cdot 100,000$)
 - 15,450 lei – Pacific Oil
 - 15,000 lei – Huber steel
 - 2250 lei – obligațiuni de stat

Investiție	Suma investita		
Atlantic Oil	100000		
Pacific Oil	150000		
Midwest Steel	0		
Huber Steel	200000		
Obligațiuni de stat	50000		
Maximizare randament total			40000

Constrangeri	LHS		RHS
Fonduri disponibile	500000	=	500000
Industrie petroliera	250000	<=	250000
Industrie otel	200000	<=	250000
Pacific Oil	150000	<=	150000
Obligațiuni de stat	50000	>=	50000

Rentabilitatea portofoliului este de **8%**

$$\frac{40000}{500000} = 0.08$$

Selecția portofoliului (cont.)

- Prețuri umbră nenule $\Rightarrow$ constrângeri obligatorii/active în soluția optimă

Variable Cells

Microsoft Excel – raport de senzitivitate

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$20	Atlantic Oil	100000	0	0.073	0.03	0.055
\$B\$21	Pacific Oil	150000	0	0.103	1E+30	0.03
\$B\$22	Midwest Steel	0	-0.011	0.064	0.011	1E+30
\$B\$23	Huber Steel	200000	0	0.075	0.0275	0.011
\$B\$24	Obligațiuni de stat	50000	0	0.045	0.03	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$29	Fonduri disponibile	500000	0.069	500000	62500	250000
\$B\$30	Industrie petroliera	250000	0.022	0	250000	62500
\$B\$31	Industrie otel	200000	0	0	1E+30	50000
\$B\$32	Pacific Oil	150000	0.03	0	100000	150000
\$B\$33	Obligațiuni de stat	50000	-0.024	0	250000	62500

Prețul umbră de 0.069 pentru C1 – fonduri disponibile indică faptul că, în intervalul admisibil, dacă se adaugă încă 1 leu la bugetul de investiții, rentabilitatea totală estimată crește cu **0.069 lei**

Echivalent, randamentul marginal al unui leu suplimentar investit în portofoliu este de **6.9%**

Prețul umbră de -0.024 pentru C5 – obligațiuni de stat arată că, dacă cerința minimă privind obligațiunile de stat devine mai strictă cu 1 leu, valoarea funcției obiectiv scade cu **0.024 lei**

Intuitiv, fondurile sunt direcționate către o investiție cu randament mai mic: obligațiunile aduc 4.5%, în timp ce randamentul marginal al portofoliului este 6.9%; pierderea marginală este:

$$6.9\% - 4.5\% = 2.4\%$$

Selecția portofoliului (cont.)

Constraints

Microsoft Excel – *answer report*

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$B\$29	Fonduri disponibile LHS	500000	\$B\$29=\$D\$29	Binding	0
\$B\$30	Industrie petroliera LHS	250000	\$B\$30<=\$D\$30	Binding	0
\$B\$31	Industrie otel LHS	200000	\$B\$31<=\$D\$31	Not Binding	50000
\$B\$32	Pacific Oil LHS	150000	\$B\$32<=\$D\$32	Binding	0
\$B\$33	Obligatiuni de stat LHS	50000	\$B\$33>=\$D\$33	Binding	0

Costul redus asociat variabilei M este **-0.011**. Prin urmare, coeficientul funcției obiectiv pentru Midwest Steel ar trebui să crească cu **0.011**, de la 0.064 la 0.075, pentru ca Midwest Steel să poată fi inclusă într-o soluție optimă

La acest prag:

$$0.064 + 0.011 = 0.075$$

Midwest Steel ar avea aceeași rentabilitate ca Huber Steel, iar modelul ar putea admite o soluție optimă alternativă care include și Midwest Steel

Variable Cells

Microsoft Excel – *raport de senzitivitate*

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$20	Atlantic Oil	100000	0	0.073	0.03	0.055
\$B\$21	Pacific Oil	150000	0	0.103	1E+30	0.03
\$B\$22	Midwest Steel	0	-0.011	0.064	0.011	1E+30
\$B\$23	Huber Steel	200000	0	0.075	0.0275	0.011
\$B\$24	Obligatiuni de stat	50000	0	0.045	0.03	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$29	Fonduri disponibile	500000	0.069	500000	62500	250000
\$B\$30	Industrie petroliera	250000	0.022	0	250000	62500
\$B\$31	Industrie otel	200000	0	0	1E+30	50000
\$B\$32	Pacific Oil	150000	0.03	0	100000	150000
\$B\$33	Obligatiuni de stat	50000	-0.024	0	250000	62500

Prețul umbră pentru constrângerea privind industria siderurgică este 0 ⇒ această constrângere **nu** este activă în soluția optimă

Limita maximă de 250,000 lei nu este atinsă; în soluția optimă se investesc doar 200,000 lei în industria siderurgică
Prin urmare, creșterea acestei limite nu ar îmbunătăți valoarea funcției obiectiv

Observații

- Soluția optimă pentru problema fondurilor mutuale indică **alocarea sumei de 100,000 lei în acțiuni Atlantic Oil**
 - Dacă prețul unei acțiuni Atlantic Oil este de **375 lei**, atunci alocarea exactă de **100,000 lei** ar corespunde unui număr fracționar de acțiuni: $100000/375 \approx 266.67$
 - În practică, acțiunile se cumpără, de regulă, în număr întreg
 - O soluție simplă este achiziționarea celui mai mare număr întreg posibil de acțiuni, fără depășirea sumei alocate; de exemplu **266 acțiuni Atlantic Oil**
 - Această abordare respectă restricția bugetară, dar poate conduce la o soluție ușor diferită de soluția optimă a modelului LP continuu
 - Dacă valorile întregi sunt esențiale, problema trebuie reformulată ca **model de programare liniară cu variabile întregi**

Teoria portofoliului financiar urmărește obținerea unui echilibru adecvat între **randament** și **risc**

- În problema prezentată, randamentul este inclus explicit în funcția obiectiv
- Riscul este controlat indirect prin restricții privind expunerea maximă pe industrii, obligațiunile de stat și ponderea investiției în Pacific Oil

Planificarea financiară



Planificarea financiară este procesul prin care se analizează situația financiară actuală a unei persoane, familii sau companii, pentru a stabili:

- obiectivele financiare pe termen scurt, mediu și lung
- modalitățile prin care aceste obiective pot fi atinse

Pornind de la veniturile, cheltuielile, activele și obligațiile financiare curente, se pot fundamenta decizii privind:

- economisirea
- investițiile
- alocarea bugetului disponibil

Planificarea financiară (cont.)

Ex: Compania X a instituit un program de pensionare anticipată, ca parte a procesului de restructurare. La încheierea perioadei de înscriere voluntară, **68 de angajați** au ales pensionarea anticipată. În urma acestor pensionări, compania trebuie să acopere următoarele obligații financiare în următorii opt ani, sumele fiind necesare **la începutul fiecărui an**.

An	1	2	3	4	5	6	7	8
Necesar la începutul anului [mii lei]	2150	1050	1110	1155	1200	975	1125	1275

Trezorierul companiei trebuie să stabilească **suma care trebuie pusă deoparte și modul în care aceasta trebuie investită**, astfel încât obligațiile financiare anuale să fie acoperite pe măsură ce devin scadente.

Planul financiar pentru programul de pensionare include investiții în **obligațiuni de stat** și plasarea fondurilor rămase într-un **cont de economii**.

Pentru investițiile în obligațiuni de stat sunt disponibile **trei tipuri de obligațiuni**.

Obligațiune	Preț de achiziție [lei]	Dobândă anuală [%]	Ani până la scadență
1	1150	8.875	5
2	1000	5.500	6
3	1350	11.750	7

Obligațiunile au o valoare nominală de **1000 lei**. Deși prețurile de achiziție sunt diferite, fiecare obligațiune plătește **1000 lei la scadență**, iar dobânda anuală se calculează pe baza valorii nominale.

În scopul planificării, trezorierul presupune că fondurile neinvestite în obligațiuni vor fi plasate într-un cont de economii, cu o dobândă anuală de **4%**.

Planificarea financiară (cont.)

Variabile de decizie

S – suma inițială care trebuie pusă deoparte pentru acoperirea obligațiilor financiare pe parcursul celor 8 ani

O_1 – numărul de obligațiuni de tip 1 achiziționate la începutul anului 1

O_2 – numărul de obligațiuni de tip 2 achiziționate la începutul anului 1

O_3 – numărul de obligațiuni de tip 3 achiziționate la începutul anului 1

E_i – suma plasată în contul de economii la începutul anului i , $i = \overline{1,8}$

Funcția obiectiv

Min S

Minimizarea sumei inițiale necesare pentru acoperirea obligațiilor financiare pe parcursul celor 8 ani

- **Constrângerile modelului LP:** pentru fiecare an al orizontului de planificare se formulează o constrângere de echilibru financiar

Fonduri disponibile la
începutul anului

—

Fonduri investite în
obligațiuni și plasate
în economii

=

Necesarul de
numerar pentru anul
în curs

Planificarea financiară: constrângeri

Ipoteze ale modelului

- Investițiile în obligațiuni se fac doar la începutul anului 1, iar obligațiunile sunt păstrate până la scadență
- Fondurile neinvestite în obligațiuni sunt plasate într-un cont de economii cu dobândă anuală de 4%

C1: La începutul anului 1, fondurile disponibile sunt reprezentate de S

- Deoarece necesarul este exprimat în mii lei, costurile obligațiunilor devin: $1.15O_1$, $1O_2$ și $1.35O_3$
- Plasamentul în contul de economii pentru anul 1: E_1
- Necesarul financiar pentru anul 1: 2150 mii lei

$$\text{Anul 1: } S - 1.15O_1 - 1O_2 - 1.35O_3 - E_1 = 2150$$

C2: Fondurile disponibile la începutul anului 2 includ dobânzile încasate din obligațiuni și suma acumulată în contul de economii

- Dobânda încasată din obligațiuni: $0.08875O_1$, $0.055O_2$ și $0.1175O_3$
- Suma acumulată în contul de economii: $E_1 + 0.04E_1$
- Plasamentul în contul de economii pentru anul 2: E_2
- Necesarul financiar pentru anul 2: 1050 mii lei

$$\text{Anul 2: } 0.08875O_1 + 0.055O_2 + 0.1175O_3 + 1.04E_1 - E_2 = 1050$$

C3 – C5: similar cu **C2**

$$\text{Anul 3: } S - 1.15O_1 - 1O_2 - 1.35O_3 - E_1 = 2150$$

Anul 4: _____

Anul 5: _____

- dobânzile din obligațiuni + economiile acumulate din anul anterior – suma plasată în economii pentru anul următor = necesarul financiar al anului curent

Planificarea financiară: constrângeri (cont.)

C6: Obligațiunea 1 se maturizează la sfârșitul anului 5

- Valoarea nominală ($1O_1$) plus dobânda din obligațiunea 1 din anul 5 ($0.08875O_1$) este disponibilă la începutul anului 6 ($1.08875O_1$)

$$\text{Anul 6: } 1.08875O_1 + 0.055O_2 + 0.1175O_3 + 1.04E_5 - E_6 = 975$$

- Deoarece obligațiunea 1 se maturizează în anul 5 și devine disponibilă pentru utilizare la începutul anului 6, variabila O_1 nu mai apare în constrângerile pentru anii 7 și 8
- Obligațiunea 2 se maturizează la sfârșitul anului 6 (valoarea nominală + dobândă disponibilă la începutul anului 7)
- Obligațiunea 3 se maturizează la sfârșitul anului 7 (valoarea nominală + dobândă disponibilă la începutul anului 8)

Constrângeri de nenegativitate: $S, O_1, O_2, O_3, E_i \geq 0$

C7 – C8: similar cu C6

$$\text{Anul 7: } 1.055O_2 + 0.1175O_3 + 1.04E_6 - E_7 = 1125$$

$$\text{Anul 8: } 1.1175O_3 + 1.04E_7 - E_8 = 1275$$

- După anul 8 nu mai este necesar un nou plasament în economii; variabila E_8 poate fi păstrată în model ca variabilă de surplus
- E_8 reprezintă fondurile rămase după acoperirea necesarului de numerar din anul 8
- În soluția optimă, deoarece se minimizează S , este de așteptat ca $E_8 = 0$

Planificarea financiară (cont.)

S	8643.969	Minimizare fonduri necesare			8643.969	
O1	724.941					
O2	939.279	Flux lichiditati				
O3	1140.940				Flux net	Numerar
E1	3180.740	Constrangeri	Intrari	Iesiri	numerar	necesar
E2	2508.029	Anul 1	8643.969	6493.969	2150	= 2150
E3	1748.409	Anul 2	3558.02856	2508.029	1050	= 1050
E4	913.405	Anul 3	2858.40895	1748.409	1110	= 1110
E5	0.000	Anul 4	2068.40457	913.405	1155	= 1155
E6	0.000	Anul 5	1200	0.000	1200	= 1200
E7	0.000	Anul 6	975	0.000	975	= 975
E8	0.000	Anul 7	1125	0.000	1125	= 1125
		Anul 8	1275	0.000	1275	= 1275
Investitiile initiale in obligatiuni						
		O1	O2	O3		
		833681.86	939279.24	1540268.46		

12 variabile de decizie, 8 constrângeri

Soluția optimă: suma inițială minimă necesară pentru acoperirea obligațiilor financiare ale planului de pensionare, pe parcursul celor 8 ani, este **8,643,969 lei**

- Folosind prețurile curente ale obligațiunilor (1150, 1000, respectiv 1350 mii lei) , investițiile inițiale în cele trei obligațiuni sunt
 - O_1 : 833,681.86 lei $\Rightarrow$ 724.94 unități cumpărate
 - O_2 : 939,279.24 lei $\Rightarrow$ 939.28 unități cumpărate
 - O_3 : 1,540,268.46 lei $\Rightarrow$ 1140.94 unități cumpărate
- În plus, în primul an se plasează în contul de economii suma de **3,180,740 lei**
- Pornind cu suma inițială de **8,643,969 lei**, compania poate investi în obligațiunile disponibile și în contul de economii, astfel încât să acopere toate obligațiile financiare anuale ale programului de pensionare
 - În anul 1 sunt acoperite cerințele de numerar de **2.150.000 lei**, iar fondurile rămase sunt direcționate către obligațiuni și economii

Planificarea financiară (cont.)

Microsoft Excel – raport de senzitivitate

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$17	S	8643.969275	0	1	1E+30	1
\$B\$18	O1	724.9407478	0	0	0.067026339	0.013026775
\$B\$19	O2	939.2792392	0	0	0.012795531	0.020273774
\$B\$20	O3	1140.939597	0	0	0.022906851	0.749663022
\$B\$21	E1	3180.739719	0	0	0.109559907	0.05507386
\$B\$22	E2	2508.02856	0	0	0.143307365	0.056948823
\$B\$23	E3	1748.408955	0	0	0.210854199	0.059039182
\$B\$24	E4	913.4045652	0	0	0.413598622	0.061382404
\$B\$25	E5	0	0.064025159	0	1E+30	0.064025159
\$B\$26	E6	0	0.012613604	0	1E+30	0.012613604
\$B\$27	E7	0	0.021318233	0	1E+30	0.021318233
\$B\$28	E8	0	0.670839393	0	1E+30	0.670839393

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$G\$22	Anul 1	2150	1	2150	1E+30	8643.969275
\$G\$23	Anul 2	1050	0.961538462	1050	1E+30	3307.969308
\$G\$24	Anul 3	1110	0.924556213	1110	1E+30	2608.349703
\$G\$25	Anul 4	1155	0.888996359	1155	1E+30	1818.345313
\$G\$26	Anul 5	1200	0.854804191	1200	1E+30	949.9407478
\$G\$27	Anul 6	975	0.760364454	975	10749.63824	789.2792392
\$G\$28	Anul 7	1125	0.718991202	1125	15139.81086	990.9395973
\$G\$29	Anul 8	1275	0.670839393	1275	7919.409574	1275

În soluția optimă $E_1, E_2, E_3, E_4 > 0$, deci în primii patru ani se constituie plasamente în contul de economii

În anii 5–8 **nu mai sunt necesare plasamente suplimentare în contul de economii**: dobânzile din obligațiuni, valorile încasate la scadență și economiile acumulate anterior sunt suficiente pentru acoperirea necesarului de numerar

Interpretarea prețurilor umbră

- Fiecare valoare din membrul drept al constrângerilor reprezintă **necesarul de numerar din anul respectiv**
 - **Toate prețurile umbră sunt pozitive** $\Rightarrow$ o creștere a necesarului de numerar cu **1000 lei** într-un anumit an determină o creștere a sumei inițiale necesare cu **1000 · prețul umbră al anului respectiv**
- Creșterile necesarului de numerar din primii ani au impact mai mare asupra sumei inițiale necesare, deoarece există mai puțin timp pentru acumularea veniturilor din dobânzi și din investiții
- Prin urmare, dacă este posibil, compania ar avea un avantaj financiar dacă ar amâna creșterile de plăți către anii mai îndepărtați

Observații

Variable întregi

Soluția optimă pentru problema pensionării anticipate conduce la un număr fracționar de obligațiuni de stat achiziționate: $O_1 = 724.94$, $O_2 = 939.28$ și $O_3 = 1140.94$

- În practică, obligațiunile nu sunt, de regulă, disponibile în unități fracționare
- O abordare posibilă este rotunjirea la un număr întreg de unități. Această abordare poate ajuta la obținerea unei soluții fezabile, dar poate modifica valoarea optimă a modelului LP continuu
- Dacă valorile întregi sunt esențiale, problema trebuie reformulată ca **model de programare liniară cu variabile întregi**

Frecvența plăților

În model s-a presupus că dobânzile din obligațiunile de stat sunt plătite anual

- În practică, unele instrumente financiare, cum ar fi biletele de trezorerie sau anumite obligațiuni, pot avea plăți semestriale
- În astfel de cazuri, modelul poate fi reformulat cu perioade de șase luni, incluzând dobânzile și fluxurile de numerar aferente fiecărei perioade

Idee-cheie: modelul LP oferă o soluție optimă în ipotezele formulate; dacă apar cerințe suplimentare, precum valori întregi sau plăți semestriale, modelul trebuie adaptat

GE Capital era o filială a General Electric, cu active de aproximativ **70 miliarde de dolari**, specializată în servicii financiare diversificate

Compania pregătea contracte de leasing atât pe piața internă, cât și pe piețele internaționale, pentru domenii precum:

- telecomunicații
- procesarea datelor
- construcții
- parcuri de mașini, camioane și flote de avioane comerciale

Pentru planificarea plăților și a obligațiilor asociate contractelor de leasing cu finanțare prin împrumut (*leveraged lease*), analiștii GE Capital au dezvoltat un model de optimizare integrat în software-ul intern de analiză a contractelor de leasing

Structurarea operațională a contractelor la GE Capital²

²C. J. Litty, “Optimal Lease Structuring at GE Capital,” *Interfaces* (May/June 1994): 34–45

Contractele de leasing cu finanțare prin împrumutat sunt concepute pentru a oferi finanțare pentru active cu o durată de viață economică de cel puțin cinci ani, care necesită cheltuieli mari de capital

Ce este un *leveraged lease*?

Un contract de leasing cu finanțare prin împrumut implică trei părți:

- locatorul – proprietarul activului
- locatarul – utilizatorul activului
- creditorul – finanțatorul unei părți din valoarea activului

De regulă, împrumutul acoperă aproximativ **50%–80%** din prețul de achiziție al activului

Aproximativ 85% dintre contractele de leasing financiar din Statele Unite sunt contracte de leasing cu capital împrumutat

Beneficii fiscale pentru locator

În calitate de locator, GE Capital poate beneficia de dreptul de proprietate asupra activului și de avantaje fiscale, precum:

- amortizarea activului
- deducerea dobânzilor
- reducerea obligațiilor fiscale în primii ani ai contractului

În cazul unui împrumut fără recurs, creditorii nu pot apela la locator pentru rambursare în caz de neplată

Structurarea operațională a contractelor la GE Capital²

²C. J. Litty, “Optimal Lease Structuring at GE Capital,” *Interfaces* (May/June 1994): 34–45

În forma sa simplificată, problema de structurare operațională a contractului de leasing poate fi formulată ca un model de programare liniară

Modelul descrie fluxurile de numerar după impozitare pentru locator, luând în considerare:

- veniturile din leasing
- împrumutul și rambursarea împrumutului
- impozitele și beneficiile fiscale

Constrângerile asigură respectarea regulilor fiscale și permit adaptarea contractului la cerințele locatorului și ale locatarului

Funcția obiectiv poate urmări, de exemplu:

- minimizarea costului locatarului, exprimat prin valoarea actuală netă a plăților de leasing
- maximizarea randamentului locatorului după impozitare

Structurarea operațională a contractelor la GE Capital²

²C. J. Litty, “Optimal Lease Structuring at GE Capital,” *Interfaces* (May/June 1994): 34–45

GE Capital a dezvoltat un model de optimizare aplicabil structurării operaționale a contractelor de leasing cu un singur investitor

Într-un studiu realizat împreună cu departamentul implicat direct în aceste tranzacții, modelul a generat beneficii semnificative

Abordarea a sprijinit GE Capital în câștigarea unor tranzacții cu un singur investitor, cu valori cuprinse între **1 și 20 de milioane de dolari**

Impact managerial: modelul de programare liniară a permis evaluarea rapidă a alternativelor contractuale și identificarea unor structuri de leasing avantajoase pentru ambele părți

Structurarea operațională a contractelor la GE Capital²

²C. J. Litty, “Optimal Lease Structuring at GE Capital,” *Interfaces* (May/June 1994): 34–45

Rezumat

Aplicații de marketing

- ✓ Selecția media
- ✓ Cercetarea pieței

Aplicații financiare

- ✓ Selecția portofoliului
- ✓ Planificarea financiară

→ **Aplicații ale programării liniare în managementul operațiunilor**